1) Courbe d'une fonction

Une ***fonction*** est souvent définie par une ***expression*** (un calcul).
Exemple : $f(x)=3x^3-2$ définit une fonction qui s'appelle *f*.

La ***variable*** *x* peut prendre une infinité de valeurs. (Dans l'exemple, *x* peut prendre n'importe quelle valeur.)

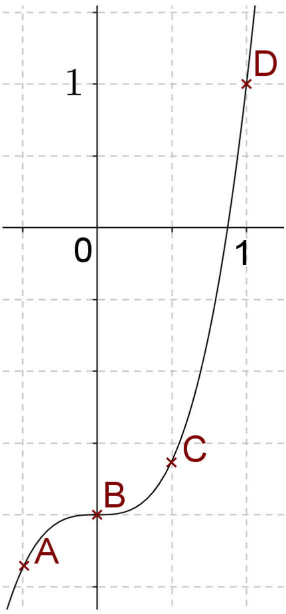
Si on choisit une suite de valeurs de *x*, on peut calculer la valeur de la fonction (le résultat du calcul) pour chacune de ces valeurs de la variable *x* ; et remplir un ***tableau de valeurs***.

Suite de l'exemple :

x	-0,5	0	0,5	1	les valeurs de *x* sont choisies « comme ça nous arrange »
f(x)	-2,38	-2	-1,63	1	celles de *f(x)* sont calculées

Calcul détaillé pour la première colonne :
$f(-0{,}5)=3\times(-0{,}5)^3-2=-2{,}38$ (en utilisant la calculatrice)

A partir de ce tableau de valeurs, on peut placer les points correspondant dans un ***repère*** et les relier pour obtenir une courbe : ***la courbe de la fonction***.



Fin de l'exemple :
A partir du tableau ci-dessus, on obtient la courbe de droite :
Les coordonnées du point A sont (de façon approximative) $(-0{,}5;-2{,}38)$.
Celles du point B sont $(0;-2)$, *etc.*

Remarque : Pour remplir le tableau, on a choisit des valeurs de *x*. Dans l'exemple, on en a choisi 4, ce qui a donné 4 points A, B, C et D.
Plus les points sont nombreux, plus on peut les relier de façon précise.
Une calculatrice ou un ordinateur place en général tellement de points qu'ils s'affichent « collés » les uns aux autres et qu'il n'y a plus besoin de les relier entre eux.

La définition théorique de la courbe de la fonction *f* est : l'ensemble de TOUS les points de coordonnées $(x;y)$ avec $y=f(x)$, pour TOUTES les valeurs possibles pour x.

Définition : ***l'équation*** de la courbe de la fonction f est $y=f(x)$.

En effet, si un point de coordonnées $(x;y)$ appartient à cette courbe, son ordonnée *y* a été calculée en utilisant l'expression de *f* (on aurait pu mettre *x* et *y* dans une colonne du tableau de valeurs), donc *y* est égale à $f(x)$.

Propriété : On considère un point P de coordonnées $(x_P;y_P)$:

- si $y_P=f(x_P)$, alors le point P appartient à la courbe de f
- si $y_P>f(x_P)$, alors le point P est au dessus de la courbe de f
- si $y_P<f(x_P)$, alors le point P est en dessous de la courbe de f

Cette propriété doit vous sembler assez évidente, si on réfléchit par rapport au graphique.

2) Droites :

Les fonctions qui sont représentées graphiquement par des droites sont les ***fonctions affines***.
Leur expression est de la forme : $f(x)=mx+p$
L'équation d'une droite représentant une fonction est donc de la forme $y=f(x)$ c'est à dire ici : $\boxed{y=mx+p}$ où m s'appelle ***la pente*** (ou ***coefficient directeur***) de la droite et p l'***ordonnée à l'origine***.

Lorsqu'on a une droite donnée et qu'on veut déterminer la fonction affine correspondante, il faut déterminer les deux nombres m et *p*. Il existe plusieurs moyens pour le faire. En voici un qui a le mérite d'être rapide :

Méthode 1 : pour lire graphiquement sur une droite sa pente m et son ordonnée à l'origine p.

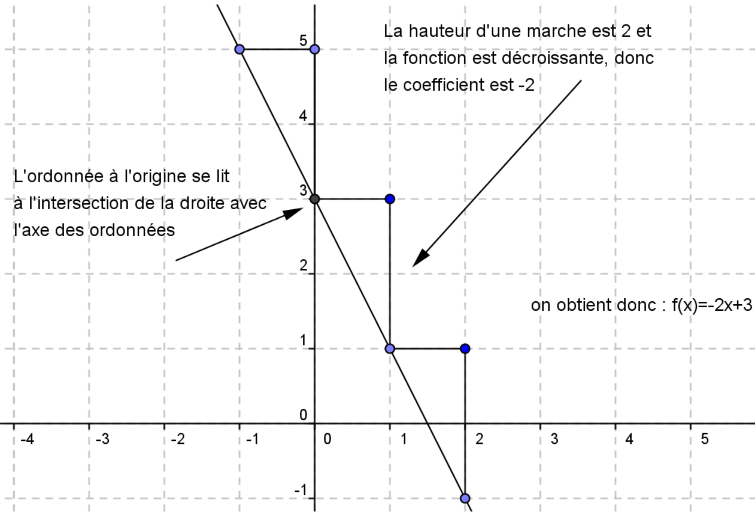
- p se lit graphiquement à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées (voir les exemples ci-dessous)
- Pour déterminer m : dessiner un escalier qui suit la droite :
  - il faut que les marches aient une « largeur » de 1 unité
  - la « hauteur » des marches donne valeur de m (négative si la fonction est décroissante !)

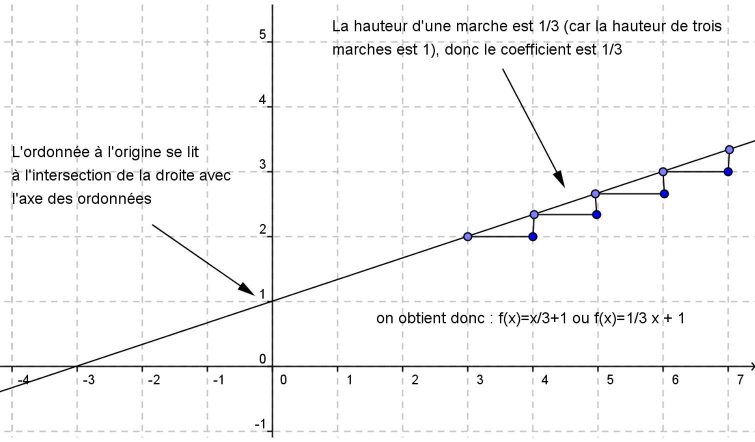
Méthode 2 : pour calculer la pente m d'une droite et et son ordonnée à l'origine *p*.

Il faut connaître la formule : $m=\dfrac{y_\text{B}-y_\text{A}}{x_\text{B}-x_\text{A}}$

… et savoir calculer p (voir le 2) du cours sur la dérivation)

Exemples de lectures graphiques (méthode 1) :





Remarque : plus la pente est grande, plus cela signifie que la fonction croît vite ; si la pente est proche de zéro, cela signifie que la fonction est presque constante ; si la pente est très négative, cela signifie que la fonction décroît rapidement...
La pente est la même en tout point de la droite. Cela signifie que le nombre dérivé de la fonction est le même quelque soit x (qu'il est constant).
En effet, si $f(x)=mx+p$, alors quand on dérive on obtient $f'(x)=m\times 1+0$ c'est à dire $f'(x)=m$.

3) Paraboles :

Définition : une ***fonction du second degré*** est une fonction définie par une expression de la forme : $\boxed{f(x)=ax^2+bx+c}$ (où a,b et c sont trois coefficients qui n'ont pas de nom particulier)(a doit être différent de zéro).

Remarque : dans une expression du second degré, *c* joue un peu le même rôle que l'ordonnée à l'origine *p* dans l'expression des fonctions affines, mais RIEN ne joue le rôle de la pente *m*.

Propriété : les fonctions qui sont représentées par des ***paraboles*** sont les fonctions du second degré.
L'équation d'une parabole représentant une fonction est donc de la forme $y=ax^2+bx+c$.

Remarque : si on a une parabole donnée et qu'on veut déterminer les trois coefficients *a, b* et *c* ; il n'y a pas de méthode simple comme pour les droites. En général, on doit faire des calculs et résoudre un système de trois équations à trois inconnues.

Propriété : le signe de *a* permet de savoir dans quel sens est tournée la parabole :
Si a est positif, la parabole a sa concavité tournée vers le haut : 
Si a est négatif, la parabole a sa concavité tournée vers le bas : 

Propriété : le nombre dérivé d'une fonction du second degré est donné par la formule :
$\boxed{f(x)=2ax+b}$

Démonstration : en effet, $f(x)=ax^2+bx+c$ donc si on dérive, on obtient : $f'(x)=a\times 2x+b\times 1+0$